

## LAVORO DI MATEMATICA

1. Dimostra per induzione che:

- (a) per ogni  $n \geq 1$ ,  $n^3 + 2n$  è divisibile per 3;
- (b) per ogni  $n \geq 0$ ,  $8^n + 6$  è divisibile per 14;
- (c) per ogni  $n \geq 1$ , il numero  $10^n - 1$  è divisibile per 9.

2. Scrivi i primi cinque termini delle successioni definite in modo ricorsivo:

$$(a) \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2(n-1) \end{cases} \text{ per } n > 0$$

$$(b) \begin{cases} b_0 = 2 \\ b_{n+1} = b_n + (n-1)^2 \end{cases} \text{ per } n > 0$$

3. Sia  $a_n$  definita dalla seguente formula ricorsiva:

$$\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{12}{a_n} \end{cases}$$

quanto vale il termine  $a_{87}$ ? qual è il termine generale della successione  $a_n$ ?

- 4. Trova il termine generale  $a_n$  della successione:  $a_1 = -1$ ,  $a_2 = 3$ ,  $a_3 = -1$ ,  $a_4 = 3$ , ...
- 5. Dimostra che la successione  $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$  è strettamente decrescente.
- 6. Sia  $a_n$  una successione decrescente tale che  $a_{100} = 3$ . Precisa quali delle seguenti affermazioni sono vere:
  - (a) possono esistere termini della successione maggiori di 4;
  - (b) esiste sicuramente almeno un termine della successione maggiore di 4;
  - (c) ci sono infiniti termini maggiori di 3, 2.
  - (d) tutti i termini della successione sono positivi.