

## LAVORO DI MATEMATICA

1. Se rappresentiamo per esteso il numero decimale  $0,\overline{4}$  otteniamo:

$$0,\overline{4} = \frac{4}{10} + \frac{4}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{4}{10000} + \dots = 4 \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \dots \right)$$

- (a) quanto vale l'approssimazione del numero  $0,\overline{4}$  a dieci cifre dopo la virgola?
- (b) nel caso che non si faccia approssimazione, quanto vale la somma degli infiniti termini?

2. Svolgere il ragionamento dell'esercizio precedente applicato ai numeri  $0,\overline{34}$  e  $0,3\overline{4}$

3. Dimostrare per induzione che  $\forall n \geq 1$  si ha:

$$1^2 + 4^2 + 7^2 + \dots + (3n-2)^2 = \frac{n(6n^2 - 3n - 1)}{2}$$

4. E' data la successione definita per ricorrenza :

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{9}{6-v_n} \end{cases}$$

- (a) dimostra per induzione che per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , si ha  $0 < v_n < 3$
- (b) dimostra che per ogni  $n \in \mathbb{N}$  si ha  $v_{n+1} - v_n = \frac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$
- (c) si può affermare che la successione sia monotona?
- (d) considera la successione  $w_n = \frac{9}{v_n-3}$ : dimostra che  $w_n$  è una progressione aritmetica di ragione  $-\frac{1}{3}$ ;
- (e) in base al risultato del punto precedente, definisci  $w_n$  e poi  $v_n$  mediante il termine generale.