

LAVORO DI MATEMATICA

1. Se rappresentiamo per esteso il numero decimale $0,\overline{4}$ otteniamo:

$$0,\overline{4} = \frac{4}{10} + \frac{4}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{4}{10000} + \dots = 4 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} + \dots \right)$$

- (a) quanto vale l'approssimazione del numero $0,\overline{4}$ a dieci cifre dopo la virgola?
- (b) nel caso che non si faccia approssimazione, quanto vale la somma degli infiniti termini?

2. Svolgere il ragionamento dell'esercizio precedente applicato ai numeri $0,\overline{34}$ e $0,3\overline{4}$

3. Dimostrare per induzione che $\forall n \geq 1$ si ha:

$$1^2 + 4^2 + 7^2 + \dots + (3n-2)^2 = \frac{n(6n^2 - 3n - 1)}{2}$$

4. E' data la successione definita per ricorrenza :

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{9}{6-v_n} \end{cases}$$

- (a) dimostra per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha $0 < v_n < 3$
- (b) dimostra che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $v_{n+1} - v_n = \frac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$
- (c) si può affermare che la successione sia monotona?
- (d) considera la successione $w_n = \frac{9}{v_n-3}$: dimostra che w_n è una progressione aritmetica di ragione $-\frac{1}{3}$;
- (e) in base al risultato del punto precedente, definisci w_n e poi v_n mediante il termine generale.