

COMPITO DI MATEMATICA

classe 4 H

21 novembre 2023

Risolvi i seguenti esercizi nell'ordine che preferisci. Indica chiaramente il riferimento all'esercizio che intendi affrontare. Gli esercizi devono essere svolti con la penna; solo i grafici e i disegni possono essere tracciati con il lapis.

1. Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali:

(a) $3^{3x} - 3^{2x} - 3^{x+1} + 3 = 0$

(b) $5 \cdot 3^x - 4 \cdot 5^x = 3^{x+1}$

(c) $(2^x + 1) \cdot (2^{x+2} + 3) < 5$

2. Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni logaritmiche:

(a) $\log^2 x - \log x^3 + 2 = 0$

(b) $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_3 x + \log_9 x > \frac{1}{2}$

(c) $\log_{x-1} \log_4 (4^x - 1) < 0$

3. Una popolazione A che è formata all'inizio del primo anno da 600000 individui, cresce ad un tasso costante del 6% annuo. Un'altra popolazione B che è formata all'inizio del primo anno da 1800000 individui cresce invece ad un tasso costante del 2% annuo. Qual è il primo anno in cui la popolazione A risulta maggiore della popolazione B ?

4. In un riferimento cartesiano ortogonale traccia il grafico della funzione $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

(a) studia qualitativamente la funzione $g(x) = \log_2 f(x)$ (campo di esistenza, segno, intersezioni con gli assi...) e traccia un grafico di massima;

(b) sappiamo che per i logaritmi vale la proprietà $\log a^x = x \log a$: possiamo affermare che il grafico di $h(x) = \log_2 (f(x))^2$ sia uguale a quello di $g(x)$ a meno di uno stiramento di rapporto 2? spiega il tuo ragionamento.

5. I numeri positivi a_0, a_1, \dots, a_n sono in progressione geometrica. Cosa si può dire dei numeri $\log a_0, \log a_1, \dots, \log a_n$?

6. Verifica che vale l'identità $\log_{\sqrt[n]{a}} b \cdot \log_b a = n$.

7. Dimostra che un triangolo è isoscele se e solo se sussiste la relazione $\log \frac{2 \cos \beta \sin \gamma}{\sin \alpha} = 0$, dove α è l'angolo al vertice e β e γ gli angoli alla base.