

## LAVORO DI MATEMATICA

1. Data la parabola di equazione  $y = 1 - x^2$ , considera il fascio di rette di equazione  $y = nx$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , che interseca la parabola nei punti  $P_n$  di ascissa positiva.
  - (a) trova le coordinate di  $P_n$ ;
  - (b) calcola la distanza  $d_n$  fra  $P_n$  e il punto della parabola di ascissa 1;
  - (c) sia  $c_n$  la distanza fra il punto  $P_n$  e l'asse  $x$ : calcola  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_n}{c_n}$ ;
  - (d) se  $t$  è la tangente alla parabola in  $A$ , calcola il limite, al tendere di  $n$  a  $\infty$ , della distanza fra il punto  $P_n$  e  $t$ .
2. Dimostra che la successione  $a_n = \frac{n+1}{n^3+n}$ , con  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \neq 0$ , è monotona, specificando esplicitamente quale tipo di monotonia. Trova poi  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos(a_n)$ .